Волновая ф-ция нейтрино Ψ_ν, входящая в лептонную часть матричного элемента $L_\mu(\boldsymbol{r})$, описывается плоской волной: $\Psi_\nu(\boldsymbol{r}) \sim \exp(-i\boldsymbol{qr}/\hbar) \approx 1 - i\boldsymbol{qr}/\hbar - {}^1/_2(\boldsymbol{qr}/\hbar)^2 + \ldots$. Т. к. $qR/\hbar \ll 1$, то внутри ядра $(r < R)$ $\Psi_\nu(\boldsymbol{r}) \approx \mathrm{const}$, и при интегрировании по объёму ядра нейтринная волновая ф-ция не приводит к зависимости M_{fi} от $\mathscr{E}$.

Если пренебречь взаимодействием испускаемой β-частицы с кулоновскими полями ядра и электронной оболочки атома, то её волновая ф-ция также будет описываться плоской волной: $\Psi_e(\boldsymbol{r}) = \exp(-i\boldsymbol{pr}/\hbar)$. Учёт кулоновского взаимодействия приводит к отличию волновой ф-ции β-частицы от плоской волны; в результате волновая ф-ция становится зависящей от энергии $\mathscr{E}$ даже при $pR/\hbar \ll 1$. Влияние кулоновского взаимодействия испускаемых β-частиц на их энергетич. спектр учитывается с помощью т. н. кулоновского поправочного фактора, или ф-ции Ферми $F(Z, \mathscr{E})$, к-рая при $pR/\hbar \ll 1$ определяется как квадрат отношения волновых ф-ций β-частицы, вычисленных с учётом $(Z \neq 0)$ и без учёта $(Z = 0)$ кулоновского поля ядра в центре $(r = 0)$ или на периферии $(r = R)$ ядра:

$$F(Z, \mathscr{E}) = |\Psi_e|_Z^2 / |\Psi_e|_0^2.$$

Приближение, в к-ром учитываются лишь главные нуклонные вклады в гамильтониан H_β, а лептонные волновые ф-ции внутри ядра считаются не зависящими от координат, наз. р а з р е ш ё н н ы м. В этом приближении выражение для спектра β-частиц принимает вид:

$$N(\mathscr{E})\,d\mathscr{E} = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3\hbar^7} G_\beta F(Z\mathscr{E}) \left\{ g_V^2 \left|\int 1\right|^2 + g_A^2 \left|\int \sigma\right|^2 \right\} \times \mathscr{E}\sqrt{\mathscr{E}^2 - 1}\,(\mathscr{E}_0 - \mathscr{E})^2\,d\mathscr{E}. \quad (7)$$

Здесь энергия выражена в единицах $m_e c^2$ (m_e — масса электрона);

$$\int 1 = \langle f \left| \sum\nolimits_{i=1}^{A} \tau_\pm^{(i)} \right| i \rangle,$$
$$\int \sigma = \langle f \left| \sum\nolimits_{i=1}^{A} \sigma^{(i)} \tau_\pm^{(i)} \right| i \rangle. \quad (8)$$

Кулоновское поле ядра увеличивает вероятность испускания электронов и уменьшает вероятность испускания позитронов в области низких энергий. Кроме того, при учёте кулоновского фактора $F(Z, \mathscr{E})$ вероятность испускания электрона при Б.-р. на ниж. границе β-спектра не обращается в нуль, а стремится к конечному значению (рис. 3). Влияние кулоновского фактора на β-спектры и вероятность Б.-р. возрастают с увеличением Z и уменьшением $\mathscr{E}_0$. При расчётах $F(Z, \mathscr{E})$ необходимо учитывать также экранирование заряда ядра атомными электронами (особенно важно в случае β^+-распада) [9].

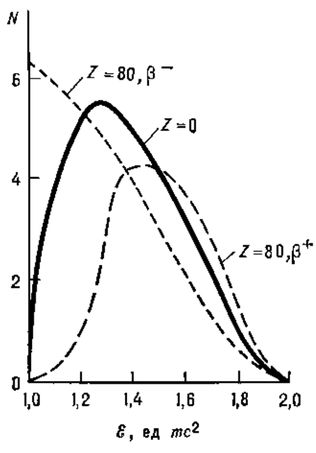

Рис. 3. Энергетические спектры разрешённых $\beta^\pm$-переходов с кулоновской поправкой для $Z = 80$ и $Z = 0$ для $\mathscr{E}_0 \approx 1$ МэВ; в случае $Z = 0$ β^- и β^+-спектры совпадают. По оси абсцисс отложена полная энергия $\mathscr{E}$ электрона.

Полная вероятность W Б.-р. в единицу времени может быть получена интегрированием $N(\mathscr{E})$ по энергии:

$$W = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3\hbar^7} G_\beta^2 \left\{ g_V^2 \left|\int 1\right|^2 + g_A^2 \left|\int \sigma\right|^2 \right\} f; \quad (9а)$$

$$f = \int_1^{\mathscr{E}_0} F(Z, \mathscr{E})\,\mathscr{E}\sqrt{\mathscr{E}^2 - 1}\,(\mathscr{E}_0 - \mathscr{E})^2\,d\mathscr{E}. \quad (9б)$$

Если пренебречь взаимодействием испускаемой β-частицы с кулоновским полем атома, то:

$$f|_{Z=0} = \int_1^{\mathscr{E}_0} \mathscr{E}\sqrt{\mathscr{E}^2 - 1}(\mathscr{E}_0 - \mathscr{E})^2\,d\mathscr{E} = \sqrt{\mathscr{E}^2 - 1}\left[\frac{\mathscr{E}_0^4}{30} - \frac{3\mathscr{E}_0^2}{20} - \frac{2}{15}\right] + \frac{\mathscr{E}_0}{4}\ln\left(\mathscr{E}_0 + \sqrt{\mathscr{E}_0^2 - 1}\right). \quad (10)$$

В общем случае f вычисляется с помощью табулированных значений $F(Z, \mathscr{E})$.

Т. к. период полураспада $T_{1/2}$ связан с вероятностью Б.-р. W соотношением $W = \ln 2 / T_{1/2}$, то

$$fT_{1/2} = k \Big/ \left\{ g_V^2 \left|\int 1\right|^2 + g_A^2 \left|\int \sigma\right|^2 \right\}, \quad (11)$$
$$k = 2\pi^3 \ln 2\hbar^7 / m_e^5 c^4 G_\beta^2 = G_\beta^{-2} \cdot 12306\ c.$$

В правой стороне последнего равенства G_β в единицах 10^{-49} эрг·см³. Величина $fT_{1/2}$, называемая с р а в н и т. п е р и о д о м п о л у р а с п а д а, играет существ. роль в классификации β-переходов. Функция f учитывает зависимость вероятности Б.-р. от $\mathscr{E}_0$ и кулоновских эффектов; поэтому $fT_{1/2}$, в отличие от $T_{1/2}$, зависит только от M_{fi}.

Классификация β-переходов. Правила отбора. Б.-р. характеризуется широким диапазоном изменения периодов полураспада $T_{1/2}$ — от 10^{-2} с до 10^{16} лет. Такая большая вариация величин $T_{1/2}$ объясняется 2 осн. причинами: 1) период полураспада сильно зависит от $\mathscr{E}_0$ (при $\mathscr{E}_0 \gg m_e c^2$, $W \sim \mathscr{E}_0^5$), а $\mathscr{E}_0$ изменяется в широких пределах от 2,64 кэВ для перехода $^{187}Re \longrightarrow {}^{187}Os$ до 13,43 МэВ для $^{12}B \longrightarrow {}^{12}C$; 2) в зависимости от спинов и чётностей начального и конечного ядерных состояний вклад в амплитуду процесса дают разл. слагаемые в эффективном гамильтониане Б.-р., матричные элементы к-рых имеют разный порядок величины. Кроме того, испускаемая при Б.-р. лептонная пара может уносить разл. орбитальный момент. С увеличением этого момента из-за центробежного эффекта уменьшаются значения волновых ф-ций лептонов во внутриядерной области, а следовательно, и интеграл перекрытия волновых ф-ций, определяющий M_{fi}. В соответствии с этим все β-переходы разделяются на разрешённые и запрещённые.

Разрешённые переходы. Т. к. в разрешённом приближении волновые ф-ции лептонов внутри ядра постоянны, то лептоны не уносят орбитального углового момента. Если при этом спин ядра не меняется, то суммарный спин, уносимый лептонной парой, также равен 0. Такие переходы наз. ф е р м и е в с к и м и. Если же векторное изменение спина ядра (суммарный спин, уносимый лептонной парой) равно 1, переходы наз. г а м о в-т е л л е р о в с к и м и. Чётность ядерных состояний в разрешённых β-переходах не меняется. Т. о., *отбора правила*, ограничивающие изменение полного момента I и чётности π ядра, в случае разрешённых переходов фермиевского типа имеют вид:

$$\Delta \boldsymbol{I} = |\boldsymbol{I}_f - \boldsymbol{I}_i| = 0; \quad \Delta\pi \equiv \pi_f \cdot \pi_i = +1.$$

Для гамов-теллеровских переходов правила отбора имеют вид: $\Delta \boldsymbol{I} = 1$, $\Delta\pi = +1$.

Разрешённые переходы подразделяются на с в е р х р а з р е ш ё н н ы е и з а т р у д н ё н н ы е. К первым относятся переходы между ядерными состояниями, имеющими сходные волновые ф-ции, вследствие чего интегралы их перекрытия велики $\left(\int 1 \sim 1,\ \int \sigma \sim 1\right)$,