скорости U=const (пограничный слой на продольно обтекаемой бесконечной плоской пластине). Т. к. в рассматриваемом течении нет к.-л. характерной длины, то профили скорости v в автомодельном пограничном слое в разл. поперечных сечениях x=const подобны друг другу и в безразмерных переменных представляются универсальной ф-цией $v/U=\varphi(y/\delta)$, где y — расстояние по нормали к пластине, δ — толщина пограничного слоя. Безразмерная ф-ция тока $f(\eta)$ в автомодельном пограничном слое удовлетворяет обыкновенному дифференц. ур-нию

$$f'''+\alpha f f''+\beta(1-f'^2)=0$$

с граничными условиями $f=0$, $f'=0$ при $\eta=0$ и $f'=1$ при $\eta=\infty$. Здесь α, β — нек-рые постоянные, а η — безразмерная автомодельная переменная, пропорциональная y/δ. Аналогичные А. т. возможны и в пограничном слое, возникающем при свободной (естественной) *конвекции*.

А. т. возникает и в осн. участке турбулентной свободной струи (рис. 2), вытекающей из плоского или

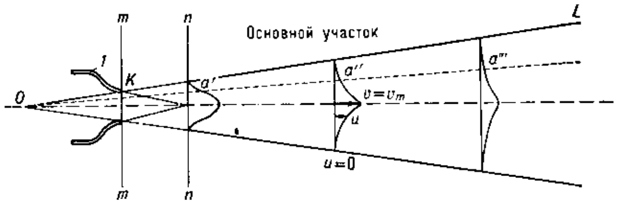

Рис. 2. Схема свободной турбулентной струи: O — полюс, 1 — сопло, m — m — сечение среза сопла, n — n — конец начального участка, KL — граница струи, a', a'', a''' — сходственные точки на профилях скорости.

круглого сопла в неподвижную среду, т. к. в сходственных точках любых двух поперечных сечений безразмерные величины скорости (темп-ры, концентрации) одинаковы.

Для нестационарных А. т. состояние течения в нек-рый момент времени t, характеризуемое распределением давлений, скоростей, темп-р в пространстве, механически подобно состоянию течения при любом др. значении t. Такие течения образуются, напр., в случае сильного взрыва, а также при распространении в горючей смеси фронта пламени или детонации. В случае сферич. симметрии взрыв (поджигание смеси) происходит в точке, в случае цилиндрич. симметрии — вдоль прямой, а в случае плоских волн — вдоль плоскости. Если в момент $t=0$ мгновенно выделяется конечная энергия E_0, а нач. плотность газовой среды равна ρ_1, то введение безразмерной автомодельной переменной $\lambda=E_0t^2/\rho_1 r^{2+\nu}$ (где r — расстояние от места взрыва, $\nu=3$ — для сферич. волн, $\nu=2$ — для цилиндрических и $\nu=1$ — для плоских) позволяет свести задачу определения безразмерных давлений, скоростей, темп-р за взрывной (ударной) волной к решению системы обыкновенных дифференц. ур-ний с автомодельными граничными условиями на ударной волне.

В широком смысле под автомодельностью течения иногда понимают независимость безразмерных параметров, характеризующих течение, от *подобия критериев*. Так, коэфф. лобового аэродинамич. сопротивления C_X (см. *Аэродинамические коэффициенты*) можно считать автомодельным по *Маха числу* M или *Рейнольдса числу* Re, если в нек-ром диапазоне их изменения C_X от них не зависит. Автомодельность коэфф. C_X по M и Re существует для большинства тел, обтекаемых газом, при больших M ($M>8$) или достаточно больших Re ($Re>10^7$).

Лит.: Седов Л. И., Методы подобия и размерности в механике, 9 изд., М., 1981; Хейз У.-Д., Пробстин Р.-Ф., Теория гиперзвуковых течений, пер. с англ., М., 1962; Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя, М., 1974.

С. Л. Вишневецкий.

АВТОМОДЕ́ЛЬНОСТЬ — особая симметрия физ. системы, состоящая в том, что изменение масштабов независимых переменных может быть скомпенсировано преобразованием подобия др. динамич. переменных. А. приводит к эфф. сокращению числа независимых переменных. Напр., если состояние системы характеризуется ф-цией $u(x, t)$, где x — координата, t — время, то условие инвариантности относительно изменения масштабов $x'=kx$, $t'=lt$ и преобразования подобия таково:

$$u(x, t)=k^{1/\alpha}l^{\beta}u(kx, lt),$$

где α, β — числа. Выбор $k^{1/\alpha}=l=m/t$, где m — *подобия критерий* (параметр), придаёт первонач. ф-ции автомодельный вид

$$u(x, t)=m^{(1+\beta)}t^{-(1+\beta)}u(m^{\alpha}t^{-\alpha}x, m).$$

Т. о., ф-ция u при постоянном m зависит только от комбинации x/t^{α}. А. возможна, если набор параметров, определяющих состояние системы, не содержит характерных масштабов независимых переменных. Поскольку в большинстве задач форма преобразования подобия заранее неизвестна, автомодельную подстановку надо в каждом случае находить отдельно. Для этого имеются 3 способа:

1. *Размерностей анализ.* Состояние системы характеризуется набором размерных параметров и ф-ций, зависящих от координат x, y, z и времени t. Если один из безразмерных критериев подобия имеет вид $m=X_0/bT_0^{\alpha}$, где b — параметр, имеющий размерность $[b]=LT^{-\alpha}$, X_0, T_0 — характерные длина и промежуток времени, L, T — единицы длины и времени соответственно, то в качестве автомодельных переменных можно выбрать безразмерные комбинации x/bt^{α}, y/bt^{α}, z/bt^{α}. В том случае, когда имеется не более двух определяющих параметров с независимыми размерностями, отличными от длины и времени, переход к автомодельным переменным превращает ур-ние с частными производными в обыкновенное дифференц. ур-ние.

2. Непосредственный подбор. Формально вводится автомодельная замена переменных $u=t^{\beta}f(x/t^{\alpha})$ или, в более общем виде, $u=\varphi(t)\psi(\chi)$, $\chi=x/\eta(t)$. Ур-ния, начальные и граничные условия должны иметь структуру, допускающую такую замену. Решение существует не для любых значений α, β и не для любых ф-ций $\varphi(t)$, $\eta(t)$. Для получения подходящих значений необходимо решить нелинейную задачу на собств. значения.

3. Исследование групповых свойств ур-ний. Рассмотрим систему дифференц. ур-ний с частными производными 1-го порядка $f_j(x_i, u_k, p_{ik})=0$, где x_i — независимые переменные, u_k — искомые ф-ции, $p_{ik}=\partial u_k/\partial x_i$. Всевозможные замены переменных x_i, u_k, допускаемые системой, образуют *группу* Ли. Автомодельные замены являются её однопараметрич. подгруппой растяжений. В нек-рых случаях найти такие замены позволяет след. процедура.

В пространстве переменных x_i, u_k группа Ли задаётся своими генераторами, имеющими общий вид $X=\xi_i\partial/\partial x_i+\eta_k\partial/\partial u_k$, где ξ_i, η_k — нек-рые ф-ции переменных x, u; по повторяющимся индексам производится суммирование. В пространстве переменных x_i, u_k, p_{ik} группа Ли задаётся генераторами $\tilde{X}=X+\xi_{ik}\partial/\partial p_{ik}$, где $\xi_{ik}=D_i\eta_k-p_{lk}D_i\xi_l$, $D_i=\partial/\partial x_i+p_{ik}\partial/\partial u_k$. Система ур-ний $f_j=0$ определяет гиперповерхность в пространстве переменных x_i, u_k, p_{ik}, к-рая является инвариантом группы при условии $Xf_j=0$, когда $f_j=0$; эти условия служат для определения ф-ций $\xi_i(x, u)$ и $\eta_k(x, u)$. Комбинации переменных, дающие искомую замену, являются первыми интегралами ур-ния $X\varphi\equiv\xi_i\partial\varphi/\partial x_i+\eta_k\partial\varphi/\partial u_k=0$. Напр., для двух независимых переменных x, t и одной искомой ф-ции u оператор рас-